

國立成功大學模組化課程

開課學年度/學期：115 學年度第 1 學期

領域：科技整合

向量空間思維：從歐氏幾何與線性代數到資料建模

Vector Space Thinking: From Euclidean Geometry and Linear Algebra to Data Modeling

授課教師

任職單位

畢業學校

許瑞麟

國立成功大學
數學系

北卡羅萊納州立大學

課程類別

學分數

選必修

開課人數

其他注意事項

Lecture

+

Recitation

2

選修

60

先修課程或先備能力

無

課程難易度

☐ 難 ☒ 中偏難 ☐ 中偏易 ☐ 易

建議修課學生背景

全校各院

教學方法

講授 60%，實作 40%

評量方式

問題考試 30%：

兩次小考，在第二天、第四天下午實施。考試時間 50 分鐘，以上課內容之測驗為主

作業 50%：

每天一份作業，共 5 次，每次佔 10 分。作業為 moodle 上網繳交，於隔天 9:00 前繳交。逾期可以補交，但將酌扣成績

報告 20%：

期末學習心得報告，在 moodle 線上繳交，期限另設。心得內容須包括上課內容摘要與學習成果自我評估兩項

學習規範

無

課程概述

在今日 AI、資料科學與跨域科學教育中，向量空間思維（Vector Space Thinking）已成為處理資料、模型建構與演算法運作的核心能力。影像、語言、聲音與各類數據，往往都需要被表示為高維空間中的向量；而分類、近似、降維、最佳化與機器學習等問題，也都建立在距離、方向、投影、子空間與線性結構之上。本課程以向量空間思維為主軸，帶領學生從歐氏空間中「平」與「直」的幾何直觀出發，逐步過渡到以代數結構來描述高維向量空間。

本課程從點、向量、平移、長度、夾角、投影、直線、平面與超平面等基本概念出發，幫助學生建立空間的結構。由於在真實世界與 AI 應用中，我們所處理的資料往往是位於高維空間；此時，單靠直觀圖像已不足以描述高維空間中的結構與關係，必須轉向更穩定、可推廣的代數語言。這就是向量加法、係數乘法、線性組合、span、基底、維度、column space、null space、row

國立成功大學模組化課程

開課學年度/學期：115 學年度第 1 學期

領域：科技整合

space、rank 與 projection 等概念。

本課程將幾何、代數與資料建模三條主線交織起來。這種串接方式有助於學生在學習基礎理論時，同時理解其在 AI 與資料分析中的角色，避免學生把幾何、矩陣、向量空間與資料模型視為彼此分離的知識單元；而是要讓學生看見線性代數是一套資料表示、模型建構的統一理論框架，希望培養學生具有處理高維資料與現代 AI 模型之結構化思維素養。

關鍵字：向量空間、歐氏幾何、線性代數、資料建模

課程概述(英文)

In today's AI, data science, and interdisciplinary science education, Vector Space Thinking has become a core competency for handling data, building models, and understanding how algorithms operate. Images, language, sound, and many other forms of data are often represented as vectors in high-dimensional spaces; likewise, problems such as classification, approximation, dimensionality reduction, optimization, and learning are all grounded in notions of distance, direction, projection, subspaces, and linear structure. Centered on Vector Space Thinking, this course guides students from the geometric intuition of “flatness” and “straightness” in Euclidean space toward the use of algebraic structures to describe high-dimensional spaces.

The course begins with fundamental concepts such as points, vectors, translations, length, angles, projections, lines, planes, and hyperplanes, helping students develop a structural understanding of space. Since, in the real world and in AI applications, the data we handle often lie in high-dimensional spaces, intuitive visualization alone is no longer sufficient to describe the structures and relationships that arise there. We must therefore turn to a more stable and generalizable algebraic language. This includes concepts such as vector addition, scalar multiplication, linear combinations, span, basis, dimension, column space, null space, rank, and projection.

This course interweaves three main threads: geometry, algebra, and data modeling. Such an integrated approach helps students understand, while learning the foundational theory, how these ideas function in AI and data analysis. It prevents them from viewing geometry, matrices, vector spaces, and data models as isolated bodies of knowledge. Instead, the course aims to show that linear algebra is a unified theoretical framework for data representation and model construction, and to cultivate in students the structured way of thinking needed to work with high-dimensional data and modern AI models.

Keywords：Vector space, Euclidean geometry, Linear algebra, Data modeling

課程進度

日期	時間	進度說明
2026/7/27(一)	09:00-12:00	歐氏空間與向量空間、平移算子、向量加法與係數乘法、抽象向量空間
	13:00-14:30	向量長度(範數)
	14:30-17:30	演習
2026/7/28(二)	09:00-12:00	內積、向量夾角與投影、歐氏距離的維度膨脹效應、空間中直線與超平面

國立成功大學模組化課程

開課學年度/學期：115 學年度第 1 學期

領域：科技整合

	13:00-14:30	半空間與線性規劃
	14:30-17:30	演習與小考(1)
2026/7/29(三)	09:00-12:00	超平面分類器與支持向量機(support vector machine)、矩陣及其基本運算、線性組合與 span
	13:00-14:30	Column space
	14:30-17:30	演習
2026/7/30(四)	09:00-12:00	線性相依、線性獨立、基底、rank、與其對應的應用、Null space、Rank Theorem
	13:00-14:30	反矩陣與線性聯立方程組
	14:30-17:30	演習與小考(2)
2026/7/31(五)	9:00-12:00	Row space and Affine space、Orthogonal projection、Row space/column space/Null space 在資料科學上的意義與解釋(以 sample-feature matrix 為例)
	13:00-14:30	Least Squares and Normal Equations
	14:30-17:30	演習

課程學習目標

1. 熟悉歐氏空間幾何與線性代數向量空間之抽象語言
2. 理解數據被表示為高維空間中向量的原理與解釋
3. 培養學生具有處理高維資料與現代 AI 模型之結構化思維素養

課程的重要性、跨域性與時代性

本課程的重要性，在於它以向量空間思維為主軸，統整幾何、線性代數與資料建模，幫助學生建立理解空間結構、線性關係與高維資料的共同語言。點、向量、投影、子空間、rank、null space 與 least squares 等概念，不僅是數學基礎，也構成後續模型分析與問題求解的重要工具。

本課程的時代性，來自 AI 與資料科學對高維資料表示與線性模型理解的迫切需求。影像、語言、聲音與各類資料，往往都以向量形式存在於高維空間中，而分類、近似、降維、最佳化與學習等核心問題，也都建立在距離、方向、投影、超平面與線性結構之上。因此，本課程能回應當代 AI 教育與資料驅動科學的基礎需求。

本課程的跨領域性，則體現在其同時連結數學、資訊、工程、統計與資料科學等領域。它不僅可作為進一步學習機器學習、最佳化、訊號處理、矩陣分析與數值方法的起點，也有助於學生理解不同學科背後共享的空間語言與線性框架，培養面對現代科學與 AI 問題所需的結構化思維能力。

其他備註

無

本課程若因天災等不可抗力之因素或中央、地方政府公告停課，授課教師需依情況依建議補課方式調整課程進度與補課；若需使用假日、國定假日補課，則需與所有修課學生達成共識方能用例假日補課。

建議補課方式：

1. 線上授課方式補課；
2. 當預期可能會因天災(颱風、超大豪雨...等)宣佈停課時，建議老師先行調整加快課程進度或預先增加可能天氣預警之前幾次課程時數；
3. 停課後隔天起延後下課，補足停課延誤的進度；若停課超過 1 天，則在開始上課後延後下課補課，或當週

國立成功大學模組化課程

開課學年度/學期：115 學年度第 1 學期

領域：科技整合

星期六、日補課；

4. 更改課程授課方式，例如：DEMO 改以考試、報告、作業取代。