

國立成功大學模組化課程

開課學年度/學期：113 學年度第 2 學期

領域：自然與科學工程

初學者線性代數從頭講起 - 幾何、代數與演練

Linear Algebra From the Start for Beginners - Geometry, Algebra and Practice

授課教師

任職單位

畢業學校

許瑞麟

國立成功大學數學系

美國北卡羅來納州立大學

課程類別 學分數 選必修 開課人數 其他注意事項

Lecture
+
Recitation 2 選修 50 本課程需自備筆電

先修課程或先備能力

無

課程難易度

難 中偏難 中偏易 易

建議修課學生背景

全校各院

教學方法

講授 60%、實作 40%

每天早上 9:00 – 12:00、13:00 – 14:30 為教授上課。12:00 – 13:00 為午餐與午休。14:30 – 16:45 為助教演習課時間，內容包含習題練習與講解；Python 程式與實作。16:45 – 17:30 為小考。小考內容與當天上課內容與助教演習題目相關。

評量方式

問題考試 60%、報告 20%、實驗操作 20%

每天 16:45-17:30 小考，共 5 次，考試內容為當天上課內容。考試方式為開放式引導式考試。學生可於考試時舉手尋求解題協助，老師或助教會趨前給予適當提示並引導作答。不舉手發問視為自動放棄權利。每次小考佔 12%，五次共 60%。期末報告主要是撰寫課程 1000 字(以上)心得報告，佔 20%，內容必須包含「課程總結」、「課程內容自我整理筆記」、以及「學習心得」三部分。於課程結束後規定時間內，繳交 pdf 檔上傳至 NCKU Moodle system。另有 20% 的程式作業，由助教指派並評分。

學習規範

無

課程概述

線性代數是數學的一個基礎分支，具有廣泛的實際應用。在這門課程中，我們將探討線性變換、向量和矩陣的幾何和代數方面。無論是想成為數學家、工程師、資料科學家還是經濟學家，理解線性代數都是必要的。本課程將從建立幾何學的堅實基礎開始，涵蓋點、線、平面和向量等概念。然後探索線性變換如何影響幾何形狀和結構。我們將學習如何使用坐標表示點、向量和線性變換。坐標系統使我們能夠以代數方式表示幾何物體，並彌合幾何學和代數之間的差距。因此，操作幾何物體的問題，轉變成代數計算(矩陣運算)的問題。例如，我們可以使用矩陣運算來計算長度、面積、體積和角度。以矩陣運算處理幾何物體的應用廣泛：從統計數據分析到優化工程系統，而看似抽象的代數概念在幾何背景下具有現實世界的意義。這些交叉連接豐富了我們的理解，並為

國立成功大學模組化課程

開課學年度/學期：113 學年度第 2 學期

領域：自然與科學工程

解決問題提供了強大的工具。在整個課程中，助教將帶領實習課程。在這裡，同學們將會解決與課程相關的練習問題，並探索線性代數概念的實際應用。一些練習將涉及 Python 編寫，因此，請攜帶筆記型電腦參加課程！

關鍵字：向量、矩陣、特徵值、線性聯立方程組

課程概述(英文)

Linear Algebra is a fundamental branch of mathematics with a wide range of practical applications. In this course, we'll explore the geometric and algebraic aspects of linear transformations, vectors, and matrices. Whether you're an aspiring engineer, data scientist, or economist, understanding Linear Algebra is essential.

We will start by building a solid foundation in geometry with concepts like points, lines, planes, and vectors. Then we will explore how transformations affect geometric shapes and structures, and learn how to represent points, vectors, and linear transformations using coordinates. Coordinate systems allow us to express geometric objects algebraically and bridge the gap between geometry and algebra. Thus, manipulating geometric objects becomes a matter of algebraic computation. For example, we can calculate lengths, areas, volumes, and angles using matrix operations. The applications of using algebraic computations for geometric objects abound from analyzing data in statistics to optimizing engineering systems. One shall see how seemingly abstract algebraic concepts find real-world meaning in geometric contexts. These cross-over connections enrich our understanding and provide powerful tools for problem-solving.

Throughout the course, teaching assistants will lead practice sessions. Here, students will tackle exercise problems related to the material and explore practical implementations of Linear Algebra concepts. Some exercises will involve Python programming. Thus, bring your laptops to the classes!

Keywords: Vector, Matrix, Eigenvalue, Simultaneous linear equations

課程進度

| 日期 | 時間 | 進度說明 |
|--------------|-------------|---|
| 2025/2/10(一) | 9:00-12:00 | 點與向量、向量加法與係數乘法。 笛卡兒直角坐標系；點與向量的座標化、向量加法與係數乘法的座標運算。 向量長度、角度、垂直投影、內積、正交(orthogonal)。 直線方程式、直線參數式、點到直線距離。 |
| | 13:00-14:30 | 線性相依、線性獨立與線性組合。 |
| | 14:30-17:30 | 演練: Python 套件安裝、基本語法教學、習題演習，小考(一) |
| 2025/2/11(二) | 9:00-12:00 | 座標變換: Global coordinates and Local coordinates 座標變換的矩陣表示。 矩陣運算: 加法、係數乘法、矩陣乘法 六大基本線性變換及其圖示: Scaling, Reflection, Rotation, Shears, Projection, and Inverse linear transformations |

國立成功大學模組化課程

開課學年度/學期：113 學年度第 2 學期

領域：自然與科學工程

| | | |
|--------------|-------------|---|
| | 13:00-14:30 | Trace, Determinant(行列式) Affine Transformation (仿射變換) |
| | 14:30-17:30 | 習題演習、Python 實作、小考 (二) |
| 2025/2/12(三) | 9:00-12:00 | Null Space, Range Space, rank of a matrix 轉置矩陣(transpose) 以及對稱矩陣(symmetric matrix) 正定與半正定矩陣及其幾何意義 特徵向量與特徵值及其幾何意義 特徵多項式 |
| | 13:00-14:30 | 2x2 矩陣特徵值與特徵向量全面探討: 沒有特徵值、一個特徵值(重根)、兩個特徵值。 |
| | 14:30-17:30 | 習題演習、Python 實作、小考 (三) |
| 2025/2/13(四) | 9:00-12:00 | 2x2 投影矩陣(projection)之特徵值、特徵向量與幾何 2x2 垂直投影矩陣(orthogonal projection): 代數與幾何 2x2 秩一矩陣(matrix of rank one) 的全面探討: 代數與幾何 |
| | 13:00-14:30 | 對稱矩陣具有垂直的特徵向量 2x2 對稱矩陣之特徵值分解 $A = R\Lambda R^T$ |
| | 14:30-17:30 | 習題演習、Python 實作、小考 (四) |
| 2025/2/14(五) | 9:00-12:00 | 2x2 正交矩陣 (orthogonal matrix) 對稱矩陣之分解(旋轉、鏡射、伸縮)與其幾何意義 高斯消去法解線性聯立方程組與其幾何意義 LU decomposition with Forward and Backward Solver |
| | 13:00-14:30 | Cholesky factorization for positive definite matrix. 稀疏矩陣 (sparse matrix) |
| | 14:30-17:30 | 習題演習、Python 實作、小考 (五) |

課程學習目標

1. 理解 2D/3D 重要幾何物件的座標、向量、參數表示法，以及數學特性。
2. 學習如何使用矩陣運算去改變幾何物件的形狀或移動其位置。
3. 學習矩陣的重要特性，包括特徵值、特徵向量之意義與應用。
4. 線性聯立方程式之求解: 高斯消去法，高斯消去法的幾何意義，以及 LU 分解法。

課程的重要性、跨域性與時代性

Linear algebra has become a very important subject in today's computer and computing world. In particular, the user interface on the screen and the animated movies (games) are indeed driven by linear algebra and algorithms in their background. On the other hand, linear algebra itself is a fundamental subject in mathematics, which, together with calculus, serves as a cornerstone for nearly all areas of mathematics. This course approaches linear algebra graphically; incorporates mathematics with applications; and eventually provides an interesting visual experience for students who want to know linear algebra with an intuitive sense.

國立成功大學模組化課程

開課學年度/學期：113 學年度第 2 學期

領域：自然與科學工程

其他備註

本課程若因天災等不可抗力之因素或中央、地方政府公告停課，授課教師需依情況依建議補課方式調整課程進度與補課；若需使用假日、國定假日補課，則需與所有修課學生達成共識方能用例假日補課。

建議補課方式：

1. 線上授課方式補課；
2. 當預期可能會因天災(颱風、超大豪雨...等)宣佈停課時，建議老師先行調整加快課程進度或預先增加可能天氣預警之前幾次課程時數；
3. 停課後隔天起延後下課，補足停課延誤的進度；若停課超過 1 天，則在開始上課後延後下課補課，或當週星期六、日補課；
4. 更改課程授課方式，例如：DEMO 改以考試、報告、作業取代。