

# 國立成功大學跨領域模組化課程

開課學年度/學期：113 學年度第 1 學期

領域：自然與工程科學

單變量積分學：講義與演習

One Variable Integral Calculus : Lectures and Recitations

授課教師

任職單位

畢業學校

許瑞麟

國立成功大學數學系

美國北卡羅來納州立大學

課程類別

學分數

選必修

開課人數

其他注意事項

Lecture  
+  
Recitation

2

選修

180

本課程為非同步+部份實體遠距教學課程

先修課程或先備能力

課程難易度

難 中偏難 中偏易 易

建議修課學生背景

文學院、生科院、醫學院、規劃設計學院、社科學院

教學方法

講授70%，實作30%

評量方式

問題考試100%：

四次線上小考每次佔 15 分，一次實體期末考(另行通知，周末 2 小時) 佔 40 分。

學習規範

無

課程概述

當我們用一個函數來描述兩個狀態之間的關係，並測量出，或使用微分算出兩個狀態的瞬間相對變化率之後，接下來的問題就是求累積總量。最典型的例子是，如果我們知道物體(例如衛星)每一個時刻各自的瞬間速度，希望求取某一時間區間內的總位移；或是，如果我們知道彈簧每個質點的各自應力(stress)，我們想要計算出整段彈簧的總彈力，那就要用到「積分」。積分=(瞬間速度x 瞬間時間長度)，再將這個乘積對經歷的時間求取「無窮總和」。所以，他是兩個向量對應項相乘再求取無窮和的運算。在數學上，這樣的運算，叫做「內積」，而其相對應的幾何意義叫「面積」。因此，積分，就是利用極限的觀念，在代數上算內積，在幾何上求面積的一種廣義運算。積分，被認為是一個比較困難的運算，不只源自於運算本身的複雜，更重要的原因是對積分本質的了解，與其應用端的體現，都需要經驗的累積。本堂課目標，希望同學至少對於積分機械式的運算能夠先要會算、且要弄熟，再求對積分觀念的逐步加深。這個課程的幾個重要觀念是：黎曼和、定積分、不定積分、微積分基本定理、積分均值定理、integration by parts、區域面積與體積、參數曲線、曲線長度。積分的應用我們聚焦在機率、常微分方程式、泰勒級數。

關鍵字：黎曼和、不定積分、微積分基本定理、積分均值定理、機率、常微分方程式、泰勒級數

# 國立成功大學跨領域模組化課程

開課學年度/學期：113 學年度第 1 學期

領域：自然與工程科學

## 課程概述(英文)

When we use a function to describe the relationship between two states, and suppose we are able to measure, or use the differentiation to calculate the instantaneous rate of change of the two related states, the next problem is to be able to find the cumulative total. The most typical example is, if we know the instantaneous velocity of a satellite at each moment, and want to find the total displacement of it in a certain time interval, or if we know the stress of each particle of a spring and we want to calculate the total spring force for the while spring, then we need to use “integration.” In concept, taking integration amounts to (instantaneous velocity x instantaneous time length), then take infinite sum of those products over a certain time interval. Such an operation is called “inner product” in algebra, whose corresponding geometrical concept is “finding the area.” As such, taking the integration is considered as a much difficult operation for students, not only because of the complication of the procedure for taking the integration, but also due to the intrinsic concept for integration being difficult to comprehend, requiring time and experience. The goal of the course is then set for students to first be able to manipulate the mechanic rules of integration, followed by understanding its meaning. The most important concepts to be carried over in this class are: Riemann Sum, definite integrals, indefinite integrals, Fundamental theorem of calculus, mean value theorem of integration, integration by parts, areas and volumes, parametric curves and arc lengths. We use probability and ordinary differential calculus as main applications of this course.

**Keywords :** Riemann Sum, Indefinite integrals, Fundamental theorem of calculus, Probability, ODE, Taylor expansion

## 課程進度

日期	時間	進度說明
遠距教學課程 同步及實體時間 另行公告		1. 總述： 問題描述：從瞬間速度到累積總量；從單一個體機率行為到全體平均現象 2. 黎曼和 3. 定積分 4. 面積函數與不定積分 5. 微積分基本定理
遠距教學課程 同步及實體時間 另行公告		1. 積分的線性性質與單調性 2. 積分的技巧：變換變數 3. 積分的技巧: Integration by Parts 4. Symbolic integration by Python 5. 瑕積分
遠距教學課程 同步及實體時間 另行公告		1. 參數曲線與弧長 2. 旋轉體表面積 3. 連續複利與折現 4. 機率密度函數 5. 一階線性微分方程
遠距教學課程 同步及實體時間 另行公告		1. 泰勒級數 2. 收斂半徑、比值法與根式法 3. 二項級數與多項級數

# 國立成功大學跨領域模組化課程

開課學年度/學期：113 學年度第 1 學期

領域：自然與工程科學

遠距教學課程 同步及實體時間 另行公告	演習(線上同步): 1. 黎曼和與微積分基本定理 (2 小時演習+30 分鐘小考) 2. 積分的技巧與瑕積分 (2 小時演習+30 分鐘小考) 3. 弧長、旋轉體表面積、機率密度函數、微分方程 (2 小時演習+30 分鐘小考) 4. 泰勒級數 (1.5 小時演習+30 分鐘小考)			
同步及實體 日期時間	線上同步演及小考	日期及時間	2024/8/26(一)	2024/8/28(三)
		9:30-11:30	演習(1)	演習(3)
		11:30-12:00	小考(1)	小考(3)
		15:00-17:00	演習(2)	演習(4)
		17:00-17:30	小考(2)	小考(4)
	實體期末考試	2024年8月30日(五) 15:00-17:00		

## 課程學習目標

1. 學習從黎曼和求極限得出定積分值的過程，並了解定積分值和面積、體積關聯性。
2. 利用微積分基本定理求出定積分值，並了解微分和積分的可逆性。
3. 應用積分來獲取系統重要的整體性訊息。

## 課程的重要性、跨域性與時代性

微積分是計算思維(computing thinking)的入門課程，學生可以培養數學建模、將觀察量化、以及抽象思維的基本能力。這在今天數據化的世界，是一個必備的通識能力。本課程專注於單變量函數積分學，這是一個利用極限來推廣內積的運算，將實際問題轉化成面積問題，來獲得系統巨觀累積資訊的工具，可被跨領域使用在各個學科的研究。

## 其他備註

無

本課程若因天災等不可抗力之因素或中央、地方政府公告停課，授課教師需依情況依建議補課方式調整課程進度與補課；若需使用假日、國定假日補課，則需與所有修課學生達成共識方能用例假日補課。

## 建議補課方式：

1. 線上授課方式補課；
2. 當預期可能會因天災(颱風、超大豪雨...等)宣佈停課時，建議老師先行調整加快課程進度或預先增加可能天氣預警之前幾次課程時數；
3. 停課後隔天起延後下課，補足停課延誤的進度；若停課超過1天，則在開始上課後延後下課補課，或當週星期六、日補課；
4. 更改課程授課方式，例如：DEMO改以考試、報告、作業取代。