### 國立成功大學跨領域模組化課程

開課學年度/學期:112 學年度第2 學期

遞迴最小二乘、卡爾曼濾波與配對交易

Recursive Least Squares, Kalman Filter and Pairs Trading

授課教師

任職單位

畢業學校

許瑞麟

國立成功大學數學系

北卡羅來納州立大學

課程類別

選必修 學分數

開課人數

其他注意事項

Lecture

Recitation

1.5

選修

**30** 

請同學自備筆電

先修課程或先備能力

無

課程難易度

□難■中偏難 □中偏易 □易

建議修課學生背景

理學院、工學院、電資學院、管理學院、醫學院

教學方法

講授 60%,演習與考試 40%

評量方式

問題考試 30%:課程第二天下午小考,考 recursive least square 的相關數學知識推導

作業 45%:作業共三份,基本上可以在課堂上完成大部分,每份 15%,繳交到 moodle 上。

報告 25%:期末心得報告,撰寫方式包含:上課內容筆記與摘要;課程學習心得。繳交至 moodle 上。

學習規範

無

課程概述

這是一門跨數學、統計、工程、電資、財管的跨領域課程。線性迴歸的最小平方法是重要的統 計工具,可以從一堆觀測資料中構造出最適直線。他有許多變形,特別是當觀測資料有隨機雜訊、 或系統參數未知、或觀測資料隨時間做動態更替時,我們需要將傳統的最小平方法升級,去決定一 個對於資料的最佳加權,使我們的最適直線其平均誤差變異數最小。這就是最優線性無偏(best linear unbiased estimate, BLUE) 估計量以及遞迴二乘演算法。再更進階的版本,則是引進 process equation,能夠把理論值和測量值互相調教收斂,這就是在電資領域常用的卡爾曼濾波器, 是一個很有效率的演算法,能夠從一系列不完整且有雜訊的測量資料中,動態迴歸估計未知的系統 狀態。這些工具在金融上已知應用的領域是配對交易。透過兩組金融標的物其走勢的相關性,分別 採用做空和做多來避險或套利。本課程將循序漸進,由最小二乘法、遞迴最小二乘、卡爾曼濾波與 配對交易逐一介紹,環環相扣。課堂上的實作會需要使用 R 語言實際計算可口可樂與百事可樂的 配對交易,使用 Kalman Filter 去預估參數的模擬結果。

# 國立成功大學跨領域模組化課程

開課學年度/學期:112 學年度第2 學期

課程概述(英文)

This is a cross-disciplinary course that spans mathematics, statistics, engineering, electrical engineering, computer science and financial management. Linear regression and the least square method is an important statistical tool, which constructs the best line to fit a group of observed data. There are many variants for the least squares method. In particular, when the observed data contain certain stochastic noise, or when the parameter of a system is unknown, or when the data shift along the time dynamically, we need to upgrade the least squares method to a weighted version. By determining the "best weight", we try to minimize the expected error covariance and obtain the socalled best linear unbiased estimate (BLUE). A more advanced version of the least squares incorporates the measurement process with the process equation to adjust the theoretical values and measurement values iteratively, converging eventually to the unknown state of the system. The scheme is known as the Kalman filter which is very popular in electrical engineering. In this modular course, we try to apply the Kalman filter to the pairs trading in financial engineering. It is to target on a pair of assets which had close correlations between their historical trading records. By longing and shorting simultaneously, the investors can arbitrage or hedge. We will introduce gradually the squares, Kalman filter and pairs trading, linking with one another. In the end, we would like to use R language to simulate Kalman filter on pairs trading of Coke Cola and Pepsi.

#### 課程進度

日期	時間	進 度 說 明
2024/1/15(一)	9:00 – 12:30	線性迴歸模式與最小二乘法 (Normal Equations, Projections) and
		Weighted Least Squares.
	12:30 – 13:30	Lunch Break
	13:30 - 15:30	R 語言電腦環境安裝教學與習題演練 (作業一)
2024/1/16(二)	9:00 - 12:30	遞迴最小二乘法
	12:30 - 13:30	Lunch Break
	13:30 - 15:30	小考
2024/1/17(三)	9:00 - 12:30	卡爾曼濾波器
	12:30 - 13:30	Lunch Break
	13:30 – 15:30	習題演練 (Example for Kalman filter: Coca Cola and Pepsi Paris
		Trading, download data from yahoo finance, use R to compute
		Kalman filter for the first few iterations to estimate the theoretical
		value of spread.) (作業二)
2024/1/18(四)	9:00 - 12:30	Elliott's Pairs Trading model 與相關金融知識(mean reverting)
	12:30 - 13:30	Lunch Break
	13:30 - 15:30	Elliott's Pairs Trading model 與相關金融知識(mean reverting)
2024/1/19(五)	9:00 – 12:30	Maximum likelihood estimator and EM algorithm for estimating
		parameters in Elliott's Pairs Trading model (R Language coding)
	12:30 - 13:30	Lunch Break
	13:30 - 15:30	配對交易示範 (作業三)

## 國立成功大學跨領域模組化課程

開課學年度/學期:112 學年度第2 學期

### 課程學習目標

- 1. 遞迴最小二乘法、最優線性無偏估計量、卡爾曼濾波器的數學原理推導。
- 2. 理解配對交易的原理、手法與相關金融知識。
- 3. R 語言實作。

#### 課程的重要性、跨域性與時代性

遞迴最小二乘、卡爾曼濾波與配對交易分別在數學、統計、工程、電資、財管都是很重要的工具與題目。讀數學的人可能強在數學公式推導,但是不知道其應用的思維與方法。做電機的人,可能擅長使用卡爾曼濾波器去濾掉電波雜訊,但是可能不理解數學原理,也可能不知道在金融上的應用。做金融交易的人,如果能夠懂數學與電資的相關知識,就會對其交易參考工具的最適性有多一層理解,可以看到更多的交易機會和規避更多的風險。本課程希望藉由串接三個獨立主題,讓不同專業領域的人彼此交流,體會跨領域學習的樂趣與威力。

其他備註