

理學院

107學年度第一學期模組化課程

群的結構與應用

Structure of groups and applications

授課教師：

粘珠鳳

國立成功大學數學系

課程類別	學分數	選必修	開課人數	開課日期及上課時間	上課地點
講義+演習	1	選修	25	2018/09/03(一)-2018/09/07(五) 下午 14:00-17:30	成功校區

先修課程或先備能力：

高中數學

建議修課年級：

不設限

建議修課學生背景：

適合各領域學生修習

教學方法：

講授 85 %、報告/討論/測驗 15%

評量方式：

問題考試 60 %、出席率 40 %

學習規範：

上課請關閉手機

課程概述：

- 1.群在密碼學，建築及通訊等領域有很好的應用，本課程從常見例子(例如 Z, N, Q, R, C and Z_n 等) 引進群的概念，給出群 (group) 及其生成員(generator)的定義後再介紹 permutations 所構成的群 S_n ,說明 S_n 的 cycle 結構，定義 even and odd permutations. 然後我們介紹 A_n , 這是一個包含 even permutations 的群.
- 2.為了方便研究群的結構，我們將大群分解成簡單的小群。為此，我們引進 the concepts of subgroups, normal subgroups, simple groups, quotient groups, product of groups and semi-product of groups. 然後我們會講解 cyclic group, commutative groups (abelian groups) and the classification of finite cyclic and finite abelian groups. A_5 is simple 這事實是證明 5 次方程沒有一般公式解的重要一步驟。
- 3.Matrix groups 可用來描述幾何上的特殊作用群，具有在化學，物理，生物等領域廣泛的應用。為了引入 matrix groups 的概念，我們將介紹 vector spaces, linear transformation, matrix and determinant of a matrix。These matrix groups are subgroups of GL_n , where GL_n is the multiplicative group consisting of n by n invertible matrices.

理學院

107學年度第一學期模組化課程

4.最後我們介紹群論裡重要的同構定理，透過這些同構定理，我們得以辨別具有相同結構的群，進一步我們可以分類具有某些性質但不同構的所有群，以及 Cayley theorem (每個群都可看成某個 permutation group 的一個子群)。

課程進度：

堂次	時數(小時)	進度說明
1	3 hours	This lecture will introduce the concept of groups from simple examples (Eq. Z, N, Q, R, C and Z_n) and then give formal definition of a group and its generators. Later we will provide more examples (Eq. symmetric groups S_n and alternation groups of A_n).
2	3 hours	subgroups, normal subgroup, product, semi-product of groups, cyclic groups, abelian groups and classification of finite abelian groups
3	3 hours	Vector spaces, linear transformation, matrix, additive group of the set of matrices, and determinant;
4	3 hours	General linear groups (GL_n), matrix groups ($SL_n, SU_n, U_n, SO_n, O_n, SP_n$), and their generators or properties with applications to geometry if time permits.
5	3 hours	Isomorphism theorems of groups: Cayley theorem; first, second and third Isomorphism theorems

課程學習目標：

- 1.群的定義，生成員等基礎概念。
- 2.利用座標來表示矩陣群。
- 3.群的運算與重要基礎定理。

課程的重要性、跨域性與時代性：

- 1.從簡單例子入門，然後定義，操作(vector space and matrix groups),最後介紹群論基本而重要的定理，課程有其完整性。
- 2.聚焦於群相關概念，忽視其他抽象代數結構，以俾短期內學生能熟悉群的運作與重要性。
- 3.跨域性：在明瞭群的基本結構後，學生在其他領域遇到特殊群可以有全面的完整了解，知道群的共通性省時省力；只需再就特殊性質研究其結構即可。以下列舉部分其他領域能用到的群論:Lie groups 應用於物理學與機械；化學上利用群論分析原子結構的對稱性與光譜；通信理論、數據傳輸與密碼學利用群論研究糾錯碼；建築與設計利用群論研究結構。
- 4.當代性：群論在當代很多領域有助其研究發展，但此課程旨在介紹群的基本概念，以便學生將來在其他領域進一步學習。

其他備註：

課程網址：

<http://www.math.ncku.edu.tw/~cfnien/18group.html>

理 學 院

107學年度第一學期模組化課程

參考書目：

- 1.First Course in Abstract Algebra, 7 edition, JohnB. Fraleigh, University of Rhode Island
- 2.An Introduction to Algebra and Geometry via Matrix Groups: Lecture Notes, Spring 1995 by Mats Boij and Dan Laksov.